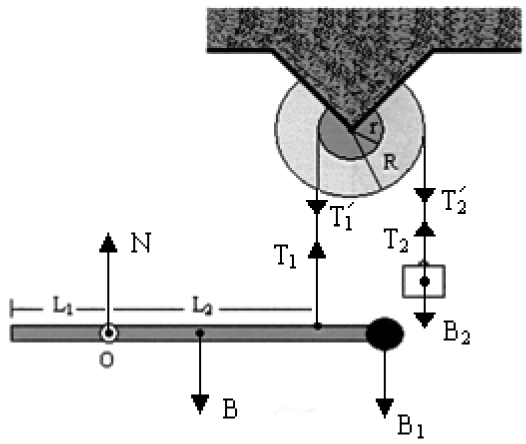
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ

ΦΥΣΙΚΗΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1⁰

Α]

i.



Η ράβδος ισορροπεί με τη δράση των δυνάμεων Β ,T_1, B_1 και N, έτσι από τις συνθήκες ισορροπίας έχουμε :

$$\Sigma\tau(o)=0\Rightarrow\tau_{T_1}+\tau_B+\tau_{B_1}=0\Rightarrow T_1\cdot l_2-B\cdot(\frac{L}{2}-l_1)-B_1\cdot(L-l_1)=0\Rightarrow$$

$$1,8T_1-30\cdot1-20\cdot3=0\Rightarrow1,8T_1=90\Rightarrow T_1=50N$$

και

$$\Sigma F=0\Rightarrow N+T_1-B-B_1=0\Rightarrow N+50-30-20=0\Rightarrow N=0N$$

Το σώμα m_2 είναι ακίνητο επομένως ,

$$\Sigma F=0\Rightarrow T_2-B_2=0\Rightarrow T_2=B\Rightarrow T_2=10N$$

Επειδή το νήμα είναι αβαρές έχουμε : $T_1'=T_1=50N$ και $T_2'=T_2=10N$, η τροχαλία ισορροπεί με την δράση των δυνάμεων T_1' και T_2' επομένως,

$$\Sigma\tau(\kappa)=0\Rightarrow\tau_{T_1'}+\tau_{T_2'}=0\Rightarrow T_1'\cdot r-T_2'\cdot R=0\Rightarrow 50r=10\cdot0,1\Rightarrow r=\frac{1}{50}m$$

ii. Η ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου – σώματος είναι :

$$I_o=I_{\rho\acute{\alpha}\beta\delta o\upsilon}+I_{\sigma\acute{\omega}\mu\alpha\tau o\varsigma}=I_{cm}+M(\frac{L}{2}-l_1)^2+m\cdot(L-l_1)^2=\frac{1}{12}\cdot3\cdot4^2+3\cdot1^2+2\cdot3^2=25kg\cdot m^2$$

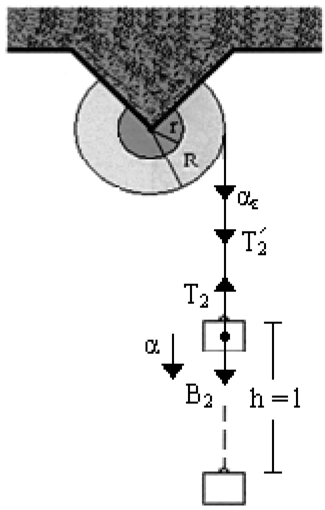
B]

i. Από τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για την ράβδο έχουμε:

$$\Sigma\tau = I_o \cdot a_{\gamma\omega\nu_{(\rho\alpha\beta)}} \Rightarrow M \cdot g(\frac{L}{2} - l_1) + m \cdot g(L - l_1) = I_o \cdot a_{\gamma\omega\nu_{(\rho\alpha\beta)}} \Rightarrow$$

$$30 + 60 = 25 a_{\gamma\omega\nu_{(\rho\alpha\beta)}} \Rightarrow a_{\gamma\omega\nu_{(\rho\alpha\beta)}} = \frac{90}{25} rad / s^2$$

Για το σύστημα τροχαλία – σώμα m_2 έχουμε :



$$u = u_\varepsilon \Rightarrow \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{\Delta u_\varepsilon}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{\Delta\omega \cdot R}{\Delta t} \Rightarrow a = a_{\gamma\omega\nu} \cdot R$$

Στο σώμα ασκούνται το βάρος B_2 και η τάση του νήματος T_2. Έτσι για το σώμα ισχύει:

$$\Sigma F = m_2 \cdot a \Rightarrow B_2 - T_2 = m_2 \cdot a \Rightarrow T_2 = B_2 - m_2 \cdot a \Rightarrow$$

$$T_2 = 10 - a \Rightarrow T_2 = 10 - 0{,}1 a_{\gamma\omega\nu}$$

Στην τροχαλία ασκούνται το βάρος της W, η αντίδραση του άξονα N και η δύναμη T_2' από το νήμα ($T_2' = T_2$). Έτσι για τη τροχαλία ισχύει:

$$\Sigma\tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_2' \cdot R = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$(10 - 0{,}1 a_{\gamma\omega\nu}) \cdot 0{,}1 = 0{,}09 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

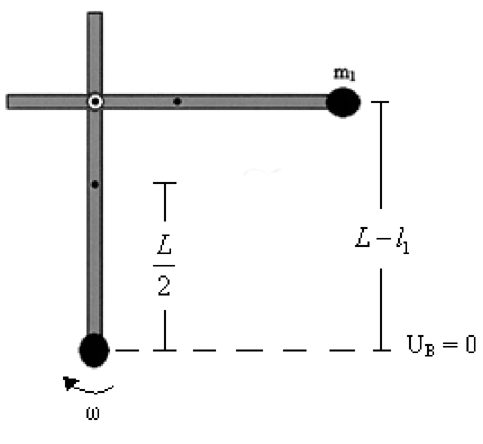
$$10 - 0{,}1 a_{\gamma\omega\nu} = 0{,}9 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 10 rad / s^2$$

ii. Το σώμα m_2 κατέρχεται με σταθερή επιτάχυνση $a = a_{\gamma\omega\nu} \cdot R = 10 \cdot 0{,}1 = 1 m / s^2$ επομένως,

$$h = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = 4 \Rightarrow t = 2 \sec$$

$$u = a \cdot t = 1 \cdot 2 = 2 m / s$$

iii.



Χρησιμοποιούμε την Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα ράβδος – σημειακή μάζα :

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\varepsilon\lambda)} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$0 + (M + m_1) g (L - l_1) = \frac{1}{2} I_o \cdot \omega^2 + M \cdot g \cdot \frac{L}{2} \Rightarrow$$

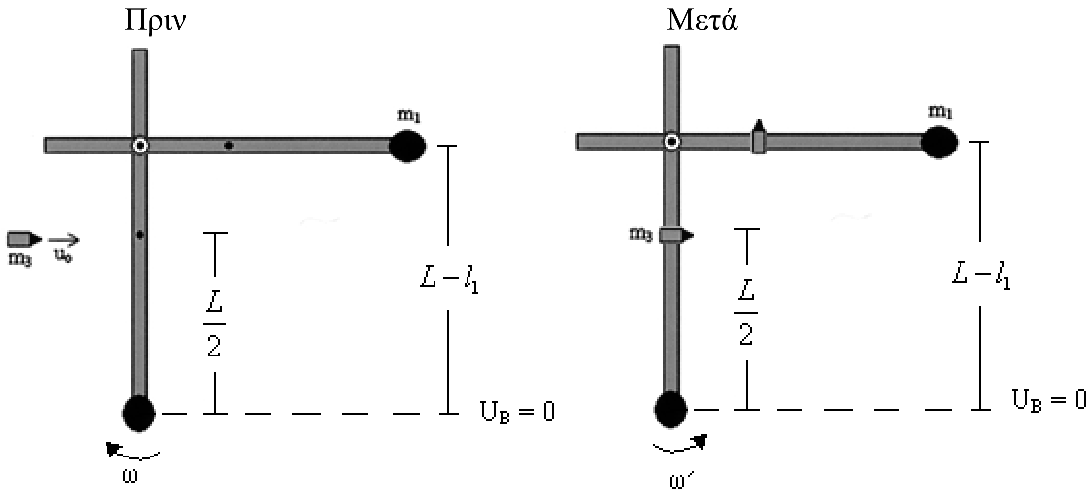
$$150 = \frac{25}{2} \cdot \omega^2 + 60 \Rightarrow \omega^2 = \frac{180}{25} \Rightarrow$$

$$\omega = \frac{6\sqrt{5}}{5} rad / s$$

Η ταχύτητα τους σώματος m_1 είναι ίση με :

$$u_1 = \omega \cdot (L - l_1) = \frac{6\sqrt{5}}{5} \cdot 3 = \frac{18\sqrt{5}}{5} m/s$$

Γ]



i. Το μέτρο της στροφορμής της ράβδου ελάχιστα πριν την κρούση με την μάζα m_3 ισούται με : $L = I_\rho \cdot \omega = \frac{42\sqrt{5}}{5} kg \cdot m^2/s$

Όπου $I_{\rho\acute{\alpha}\beta\delta o\upsilon} = I_{cm} + M(\frac{L}{2} - l_1)^2 = \frac{1}{12} \cdot 3 \cdot 4^2 + 3 \cdot 1^2 = 7 kg \cdot m^2$

ii. Μετά τη σύγκρουση η ράβδος έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω΄, που έχει φορά αντίθετη της γωνιακής της ταχύτητας ελάχιστα πριν συγκρουστεί. Έχοντας αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα, η ράβδος ακινητοποιείται στιγμιαία στην οριζόντια θέση. Από την Α.Δ.Μ.Ε. έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\varepsilon\lambda)} \Rightarrow \mathrm{K}_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = \mathrm{K}_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} I' \cdot \omega'^2 + (M + m_3) \cdot g \cdot \frac{L}{2} = (M + m_1 + m_2) g (L - l_1) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} 36 \cdot \omega'^2 + 280 = 480 \Rightarrow 36 \cdot \omega'^2 = 400 \Rightarrow \omega' = \frac{20}{6} rad/s$$

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της στροφορμής για την κρούσης έχουμε:

$$L_{\alpha\rho\chi} = L_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_3 \cdot u_o \cdot (\frac{L}{2} - l_1) - I \cdot \omega = I' \cdot \omega' \Rightarrow 11 \cdot u_o - 25 \cdot \frac{6\sqrt{5}}{5} = 36 \cdot \frac{20}{6} \Rightarrow$$

$$11 \cdot u_o = 30(\sqrt{5} + 4) \Rightarrow u_o = \frac{30(\sqrt{5} + 4)}{11} m/s$$

ΘΕΜΑ 2^0

Α]

i. Καθώς η ράβδος περιστρέφεται οριζόντια, το σώμα μάζας m εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ω = 5 rad/s, η μόνη δύναμη που ασκείται κατά την ακτινική διεύθυνση είναι η δύναμη του ελατηρίου, επομένως επειδή η συνιστάμενη κατά την ακτινική διεύθυνση δίνει την κεντρομόλο δύναμη έχουμε :

$$F_{\varepsilon\lambda} = F_{\kappa} \Rightarrow K \cdot \Delta l = \frac{mu^2}{R} \Rightarrow K \cdot \Delta l = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

Όμως η ακτίνα περιστροφής τους σώματος είναι $R = l_o + \Delta l$, άρα

$$K \cdot \Delta l = m \cdot \omega^2 \cdot (l_o + \Delta l) \Rightarrow 100\Delta l = 25 \cdot (l_o + \Delta l) \Rightarrow 4\Delta l = 1,5 + \Delta l \Rightarrow \quad \Delta l = 0,5m$$

ii. Η ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου – σώματος είναι :

$$I_o = I_{\rho\acute{\alpha}\beta\delta o\upsilon} + I_{\sigma\acute{\omega}\mu\alpha\tau o\varsigma} = I_{cm} + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 + m \cdot R^2 = \frac{1}{12}ML^2 + M\frac{L^2}{4} + m \cdot R^2 \Rightarrow$$

$$I_o = \frac{1}{3}ML^2 + m \cdot R^2 = 6 + 4 = 10kgm^2$$

Η στροφορμή του συστήματος είναι : $L = I \cdot \omega = 10 \cdot 5 = 50kg \cdot m^2 / s$

iii. Ο λόγος της γραμμικής ταχύτητας του σώματος m προς της γραμμική ταχύτητα του κέντρου Κ της ράβδου είναι :

$$\frac{u_m}{u_k} = \frac{\omega \cdot R}{\omega \cdot \frac{L}{2}} = \frac{2R}{L} = \frac{4}{3}$$

Β]

i. Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος είναι : Α = Δl = 0,5 m

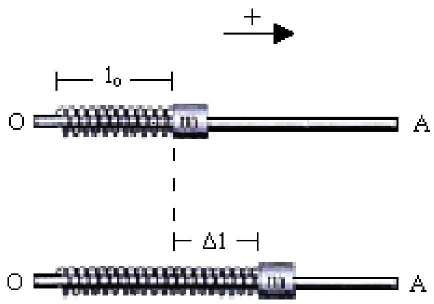
Η γωνιακή συχνότητα είναι : $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10rad / s$

Την χρονική στιγμή t=0 το σώμα βρίσκεται στην ακραία θετική θέση επομένως,

$$x = A \Rightarrow A\eta\mu\varphi_o = A \Rightarrow \eta\mu\varphi_o = 1 \Rightarrow \varphi_o = \frac{\pi}{2}rad$$

Άρα η εξίσωση της απομάκρυνσης έχει ως εξής :

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o) \Rightarrow \quad x = 0,5\eta\mu(10t + \frac{\pi}{2}) \text{ S. I.}$$



Το σώμα θα βρεθεί στη θέση ισορροπίας για πρώτη φορά μετά από χρονικό διάστημα ,

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{\frac{\pi}{5}}{4} = \frac{\pi}{20} s$$

Όπου $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5} s$

ii. Θέλουμε να ισχύει $U > \frac{K}{3} \Rightarrow 3U > K$

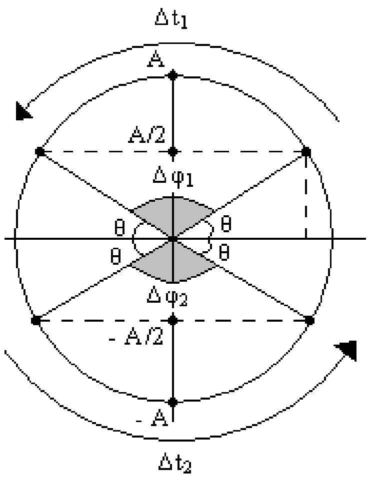
Από Α.Δ.Ε.Τ. έχουμε : $E = K + U \Rightarrow K = E - U$

Επομένως η ανίσωση γίνεται:

$$3U > K \Rightarrow 3U > E - U \Rightarrow 4U > E \Rightarrow 4 \cdot \frac{1}{2} Dx^2 > \frac{1}{2} DA^2 \Rightarrow$$

$$x^2 > \frac{A^2}{4} \Rightarrow |x| > \frac{A}{2} \Rightarrow \begin{cases} x > \frac{A}{2} \\ x < -\frac{A}{2} \end{cases}$$

Επειδή όταν ένα σώμα κάνει ομαλή κυκλική κίνηση, η κίνηση της προβολής του πάνω στον κατακόρυφο άξονα είναι απλή αρμονική ταλάντωση, για τον υπολογισμό του χρονικού διαστήματος Δt χρησιμοποιούμε το περιστρεφόμενο διάνυσμα.



$$\eta\mu\theta = \frac{\frac{A}{2}}{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6} rad$$

Επομένως ,

$$\Delta\varphi_{o\lambda} = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 = 2\pi - 4\theta = 2\pi - \frac{4\pi}{6} = \frac{4\pi}{3} rad$$

Άρα,

$$\omega = \frac{\Delta\varphi_{o\lambda}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\varphi_{o\lambda}}{\omega} = \frac{\frac{4\pi}{3}}{10} = \frac{4\pi}{30} s$$

iii. Θέλουμε να ισχύει ,

$$U = \frac{K}{3} \Rightarrow 3U = K \xrightarrow{K=E-U} 3U = E - U \Rightarrow 4U = E \Rightarrow$$

$$4 \cdot \frac{1}{2} Dx^2 = \frac{1}{2} DA^2 \Rightarrow x^2 = \frac{A^2}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{A}{2} = \pm \frac{1}{4} m$$

Από την Α.Δ.Ε.Τ. για τον υπολογισμό της ταχύτητας στην παραπάνω θέση έχουμε:

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2} DA^2 = \frac{1}{2} mu^2 + \frac{1}{2} Dx^2 \Rightarrow u^2 = \frac{100}{4} - \frac{25}{4} \Rightarrow u = \pm \frac{5\sqrt{3}}{2} m/s$$

Η πρώτη φορά που θα ισχύει $U = \frac{K}{3}$ είναι στη θέση $x = +\frac{1}{4} m$ και το σώμα θα κινείται προς τα αρνητικά με ταχύτητα $u = -\frac{5\sqrt{3}}{2}$ m/s.

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ενός σώματος είναι ίσος με την συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του, επομένως

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \Sigma F = -Dx = -100 \cdot \frac{1}{4} = -25 kg \cdot m/s^2$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι η ισχύς της συνιστάμενης των δυνάμεων που ενεργούν πάνω στο σώμα, επομένως

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = \Sigma F \cdot u = -Dx \cdot u = -100 \cdot \frac{1}{4} \left(-\frac{5\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{125\sqrt{3}}{2} j/s$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ : ΒΕΡΡΟΣ Γ. - ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΠΟΥΛΟΣ Γ. - ΒΑΛΑΒΑΝΙΔΗΣ Γ.-

ΓΕΩΡΓΑΚΗΣ Κ. - ΔΑΙΟΣ Χ. - ΤΖΟΥΒΑΡΑΣ Τ.