ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ

ΦΥΣΙΚΗΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Θέμα 1ο

1. Τι πλάτος της (1) ταλάντωσης είναι $A_1 = 2\sqrt{3}$ cm και το πλάτος της ταλάντωσης (2) είναι $A_2 = 2$ cm.
Η περίοδος των δυο ταλαντώσεων είναι ίδια και ίση με $T_1 = T_2 = 2$sec.
Επομένως η γωνιακή συχνότητα $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi$ rad/s
Τη χρονική στιγμή t = 0 η (1) ταλάντωση είναι στη θέση ισορροπίας με u > 0, άρα δεν έχει αρχική φάση ($\varphi_o = 0$), ενώ η (2) ταλάντωση είναι στην ακραία θετική θέση άρα έχει αρχική φάση $\varphi_o = \frac{\pi}{2}$ rad.

$$\underline{\chi_1 = 2\sqrt{3}\eta\mu(\pi t)} \quad \text{και} \quad \underline{\chi_2 = 2\eta\mu(\pi t + \frac{\pi}{2})} \quad (\text{ χ σε cm, t σε sec })$$

2. Η διαφορά φάσης των δυο ταλαντώσεων είναι $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ rad, επομένως το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης είναι ίσο με :

$$A = \sqrt{A_1{}^2 + A_2{}^2} = \sqrt{12+4} = 4\,\text{cm}$$

Και η αρχική φάση της είναι ίση με : $\varepsilon\varphi\theta = \frac{A_2}{A_1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$ rad
Επομένως η εξίσωση απομάκρυνσης της συνισταμένης ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο είναι : $\underline{\chi = 4\eta\mu(\pi t + \frac{\pi}{6})}$ (χ σε cm, t σε sec)

3. Για τις στιγμιαίες τιμές της απομάκρυνσης ισχύει $x = x_1 + x_2$, όμως $x_1 = -x_2$, άρα,

$$x = 0 \Rightarrow 4\eta\mu(\pi t + \frac{\pi}{6}) = 0 \Rightarrow \eta\mu(\pi t + \frac{\pi}{6}) = \eta\mu(0) \Rightarrow$$

$$\pi t + \frac{\pi}{6} = 2\kappa\pi \Rightarrow t = 2\kappa - \frac{1}{6} \quad \text{ή} \quad \pi t + \frac{\pi}{6} = 2\kappa\pi + \pi \Rightarrow \pi t = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow t = 2\kappa + \frac{5}{6}$$

$\kappa = 0, t = -\frac{1}{6} < 0$ απορ. $\qquad \kappa = 0,\ \underline{t = \frac{5}{6}s}$

4. Για το ρυθμό μεταβολής ισχύει : $\frac{dP}{dt} = \Sigma F = -D \cdot x$, όπου

$D = m \cdot \omega^2 = \pi^2 = 10 N/m$

Η χρονική στιγμή που η απομάκρυνση της (1) ταλάντωσης γίνεται $x_1 = \sqrt{3}$ για δεύτερη φορά βρίσκεται ως εξής:

$$x_1 = \sqrt{3} \Rightarrow 2\sqrt{3}\eta\mu(\pi t) = \sqrt{3} \Rightarrow \eta\mu(\pi t) = \frac{1}{2} \Rightarrow \eta\mu(\pi t) = \eta\mu(\frac{\pi}{6}) \Rightarrow$$

$\pi t = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = 2\kappa + \frac{1}{6}$ ή $\pi t = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow \pi t = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow t = 2\kappa + \frac{5}{6}$

$\kappa = 0, t = \frac{1}{6} s$ $\qquad$ $\kappa = 0,\ \underline{t = \frac{5}{6} s}$ (2^{η} φορά)

Επομένως για $t = \frac{5}{6} s$ έχουμε : $\chi = 4\eta\mu(\pi t + \frac{\pi}{6}) = 4\eta\mu(\frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{6}) = 4\eta\mu(\pi) = 0$

Άρα, ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι ίσος με : $\frac{dP}{dt} = -10\chi = 0\mathrm{N}$

5. Από Α.Δ.Ε.Τ. έχουμε : $\mathrm{E} = \mathrm{K} + U \Rightarrow \underline{\mathrm{K} = \mathrm{E} - U}$

Άρα, $\frac{\mathrm{K}}{U} = \frac{\mathrm{E} - U}{U} = \frac{\mathrm{E}}{U} - 1 = \frac{\frac{1}{2}DA^2}{\frac{1}{2}Dx^2} - 1 = \frac{A^2}{\left(\frac{A}{2}\right)^2} - 1 = 4 - 1 = 3$

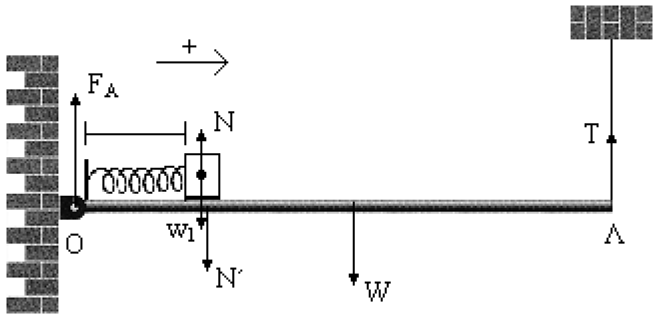
6. Το έργο της δύναμης επαναφοράς είναι ίσο με : $W = U_1 - U_2$

Όπου $x_1 = 4\eta\mu(\frac{\pi}{6}) = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2\,\mathrm{cm}$ και $x_2 = A = 4\,\mathrm{cm}$

Επομένως, $W = \frac{1}{2}D \cdot x_1^2 - \frac{1}{2}D \cdot x_2^2 = 5 \cdot 0,02^2 - 5 \cdot 0,04^2 = -0,006\,j$

<u>Θέμα 2ο</u>

1. Εφαρμόζουμε τις συνθήκες ισορροπίας για το σώμα m και τη ράβδο.



Για το σώμα m : $\Sigma F = 0 \Rightarrow w_1 - N = 0 \Rightarrow N = w_1 \Rightarrow N = m \cdot g \Rightarrow N = 20N$

Όπου $\vec{N}$ είναι η δύναμη που δέχεται το σώμα από τη ράβδο. Λόγω δράσης – αντίδρασης και η ράβδος θα δέχεται από το σώμα μια ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς δύναμης $\vec{N'}$. Οπότε N΄= N = 20N.

Επομένως στη ράβδο ασκούνται οι εξής δυνάμεις, η N΄(αντίδραση της N), το βάρος W, η τάση του νήματος T και η δύναμη της άρθρωσης F_A. Επειδή η N΄, το W και η T είναι παράλληλες, άρα και η F_A θα είναι παράλληλη προς αυτές.

Επομένως εφαρμόζοντας τις συνθήκες ισορροπίας για τη ράβδο έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_A + T - N' - W = 0 \Rightarrow F_A + T = N' + M \cdot g \Rightarrow \underline{F_A + T = 50} \ (1)$$

Και

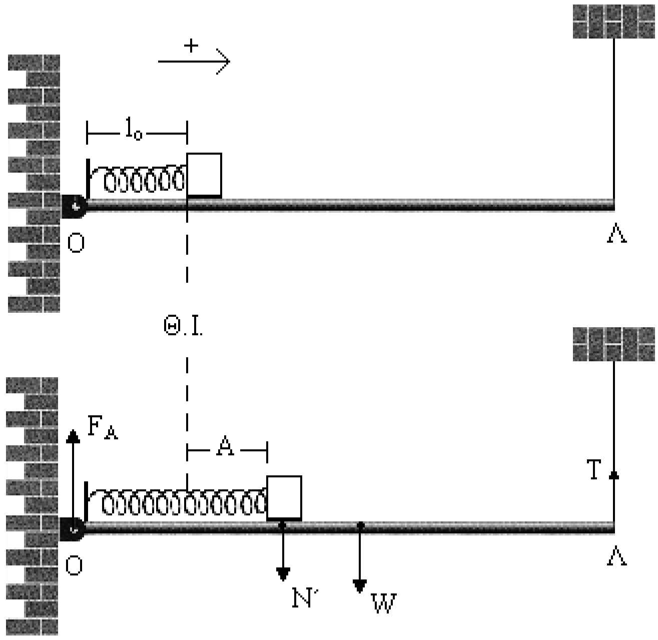
$$\Sigma \tau_{(\text{A})} = 0 \Rightarrow \tau_{F_A} + \tau_{\text{T}} + \tau_{N'} + \tau_w = 0 \Rightarrow 0 + T \cdot L - N' \cdot l_o - W \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$4T = 20 \cdot 0,5 + 30 \cdot 2 = 0 \Rightarrow 4T = 70 \Rightarrow \underline{T = 17,5N}$$

Και από σχέση (1) έχουμε $F_A = 50 - T = 50 - 17,5 \Rightarrow \underline{F_A = 32,5N}$

2. Τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του. Οπότε θα είναι $u = u_{\max} = \omega \cdot \text{A}$, όπου $\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{m}} = \sqrt{\frac{200}{2}} = 10 rad/s$

i. Η δύναμη N΄ που ασκεί το σώμα σε όλη τη διάρκεια της ταλάντωσης του έχει μέτρο ίσο με N΄= N = 20N και για κάθε τυχαία θέση απομάκρυνσης χ από τη θέση ισορροπίας του η ράβδος ισορροπεί.



Επομένως, το μέγιστο πλάτος Α της ταλάντωσης του σώματος ώστε το νήμα να μην σπάσει βρίσκεται ως εξής:

$$\Sigma\tau_{(\mathrm{A})}=0 \Rightarrow \tau_{F_A}+\tau_{\mathrm{T}}+\tau_{N'}+\tau_w=0 \Rightarrow 0+T\cdot L-N'\cdot(l_o+\mathrm{A})-W\cdot\frac{L}{2}=0 \Rightarrow$$

$$20\cdot 4-20\cdot 0,5-20\cdot \mathrm{A}-30\cdot 2=0 \Rightarrow 20\cdot \mathrm{A}=10 \Rightarrow \underline{\mathrm{A}=0,5m}$$

Άρα η μέγιστη ταχύτητα είναι ίση με : $\underline{u_{\max}=\omega\cdot \mathrm{A}=5m/s}$

ii. Τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα είναι στη θέση ισορροπίας και κινείται με ταχύτητα u_{max} > 0, όποτε η ταλάντωση δεν έχει αρχική φάση (ϕ_o = 0).

Επομένως η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι : $\chi=A\eta\mu(\omega t) \Rightarrow \underline{\chi=0,5\eta\mu(10t)}$ (S.I.)

iii. Για το ρυθμό μεταβολής ισχύει : $\frac{dP}{dt}=\Sigma F=-D\cdot x=-200\cdot x$

Από Α.Δ.Ε.Τ. έχουμε : $E=K+U \xrightarrow{K=3U} E=3U+U \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}D\cdot A^2=4\cdot\frac{1}{2}D\cdot x^2 \Rightarrow x^2=\frac{A^2}{4} \Rightarrow x=\pm\frac{A}{2} \Rightarrow \underline{x=\pm 0,25m}$$

Επομένως στη θέση $x=0,25m$ είναι $\frac{dP}{dt}=-200\cdot 0,25=-50N$ και στη θέση

$x=-0,25m$ είναι $\frac{dP}{dt}=-200\cdot(-0,25)=50N$

3. Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{4} s$ το σώμα βρίσκεται στη θέση :

$$\chi_1 = 0,5\eta\mu(10 \cdot \frac{\pi}{4}) = 0,5\eta\mu(2\pi + \frac{\pi}{2}) = 0,5\eta\mu(\frac{\pi}{2}) = 0,5m$$

i. Η ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου – μάζας ως προς τον άξονα περιστροφής που περνά από το Ο είναι :

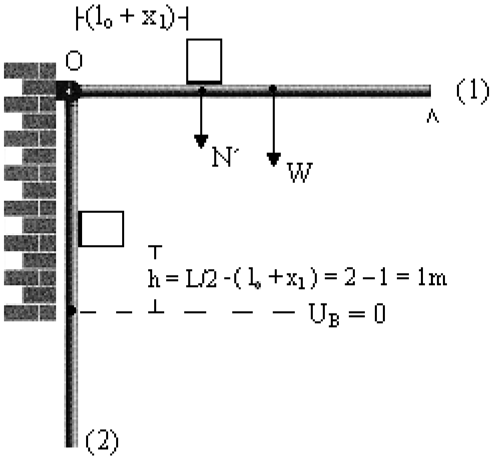
$$I_o = \underbrace{\frac{1}{12} M \cdot L^2 + M \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2}_{\text{Steiner } \gamma\iota\alpha\ \rho\acute{\alpha}\beta\delta o} + m \cdot (l_o + x_1)^2 = \frac{1}{3} M \cdot L^2 + m \cdot (l_o + x_1)^2 = 16 + 2 = 18 kg \cdot m^2$$

ii. Από το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης έχουμε:

$$\Sigma\tau_{(A)} = I_o \cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \tau_{F_A} + \tau_{N'} + \tau_w = I_o \cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow 0 + N' \cdot (l_o + x_1) + W \cdot \frac{L}{2} = I_o \cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$18 a_{\gamma\omega\nu} = 20 + 60 \Rightarrow \underline{a_{\gamma\omega\nu} = \frac{80}{18} rad/s^2}$$

iii. Η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή, οπότε για τις θέσεις (1) και (2) έχουμε :



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow$$

$$0 + M \cdot g \frac{L}{2} + m \cdot g \frac{L}{2} = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 + m \cdot g \cdot h \Rightarrow$$

$$60 + 40 = 9 \cdot \omega^2 + 20 \Rightarrow 9 \cdot \omega^2 = 80 \Rightarrow$$

$$\underline{\omega = \sqrt{\frac{80}{9}} = \frac{4}{3}\sqrt{5} \text{ rad/s}}$$

Επομένως η ταχύτητα του σώματος είναι : $u = \omega \cdot (l_o + x_1) = \frac{4}{3}\sqrt{5}$ m/s