ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

Α. 1. Να αποδείξετε ότι αν $A \subseteq B$ τότε $P(A) \leq P(B)$
Α. 2. i) Να δοθεί ο αξιωματικός ορισμός πιθανότητας.
ii) Τι ορίζεται ως διακύμανση ν παρατηρήσεων.
iii) Πότε μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_o.

Α. 3. Να αποδείξετε ότι : $P[(A-B)\cup(B-A)] = P(A\cup B) - P(A\cap B)$
Α. 4. Να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις με Σωστό ή Λάθος

1. Αν $A \subseteq B$ τότε $A' \subseteq B'$.
2. $A-B,\ A\cap B,\ B-A$ ενδεχόμενα είναι πάντα ασυμβίβαστα.
3. Το εμβαδόν που περικλείεται από το πολύγωνο συχνοτήτων μιας συνεχούς μεταβλητής με κλάσεις ίσου πλάτους και τον x΄x είναι ίσο με ν.
4. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ και παρουσιάζει ακρότατο στο σημείο $x_o = 1$, τότε ισχύει πάντα ότι f΄(1) = 0.
5. Ισχύει πάντα $\lim_{h\to 0}\frac{f(O)-f(h)}{h} = f'(o)$.

ΘΕΜΑ Β

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα Α, Β ενός δειγματικού χώρου Ω με πιθανότητες $P(A) = \frac{2}{3}$ και $P(B) = \frac{1}{2}$.

Β. 1. Να εξετάσετε αν τα Α, Β είναι ασυμβίβαστα.
Β. 2. Αν $P(A\cap B) = \frac{1}{3}$

i. Να βρείτε την πιθανότητα να πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα Α και Β.
ii. Να βρείτε την πιθανότητα να πραγματοποιείται ένα μόνο από τα Α και Β.

Β. 3.

i. Να αποδείξετε ότι $P(A-B) \leq \frac{1}{2}$
ii. Να αποδείξετε ότι $P[(A\cap B')\cup(B\cap A')\cup(A\cap B)] = \frac{5}{6}$

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται δείγμα ν θετικών παρατηρήσεων $x_1, x_2, \ldots, x_\nu$ οι οποίες ακολουθούν κανονική κατανομή, με μέση τιμή $\bar{x}$, τυπική απόκλιση s. Ισχύει :
$\sum_{i=1}^{\nu} x_i^2 - 17\sum_{i=1}^{\nu} x_i = 85\nu$ και ο συντελεστής μεταβλητότητας ισούται με 25%.

Γ. 1.

i. Να αποδείξετε ότι $\bar{x} = 20$ και $s = 5$
ii. Να βρεθούν η διάμεσος δ και το εύρος R του δείγματος

Γ. 2. Αν 10 παρατηρήσεις είναι μεγαλύτερες του 30, να βρεθούν :

i. Το πλήθος ν του δείγματος

ii. Η πιθανότητα του ενδεχομένου των παρατηρήσεων που βρίσκονται μεταξύ (10, 15) ή (25,35)

Γ. 3.α) Αν διπλασιαστεί κάθε μία παρατήρηση του δείγματος και κατόπιν αυξηθεί κατά 5 μονάδες, τότε να εξετάσετε το δείγμα ως προς την ομοιογένεια.

β) Αν το δείγμα στο α) ερώτημα δεν είναι ομοιογενές, να βρεθεί η θετική σταθερά c που πρέπει να προστεθεί σε κάθε μία παρατήρηση ώστε το δείγμα να γίνει ομοιογενές.

Δίνεται ότι : $s^2 = \frac{1}{\nu}\left\{\sum_{i=1}^{\nu} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{\nu} x_i\right)^2}{\nu}\right\}$

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x^2+1}$, $x \in \mathbb{R}$ και ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$ όπου $\omega_1 = -1$, $\omega_2 = 0$ $\kappa\alpha\iota$ $1 < \omega_3 < \omega_4$

Για τις πιθανότητες ισχύουν

$P(\omega_i) = f(\omega_i) - \frac{1}{3}, i = 1, 2$ $\quad \kappa\alpha\iota\ P(\omega_3) = -\frac{1}{6}\lim_{x\to 1}\frac{f'(x)}{x-1}$.

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα Α, Β, Γ του δειγματικού χώρου Ω με

$A = \{\omega \in \Omega | f'(\omega) \leq 0\}$, $B = \{\omega \in \Omega | f(\omega) > 1\}$, $\Gamma = \left\{\omega \in \Omega | x^2 + \omega x \geq -\frac{1}{4}\right\}$

Δ. 1.

i. Να βρείτε τις πιθανότητες $P(\omega_1), P(\omega_2), P(\omega_3), P(\omega_4)$

ii. Να βρείτε τις πιθανότητες P(A), P(B), P(Γ), P(A-B)

Δ. 2. Να βρείτε την εξίσωση εφαπτομένης (ε)της γραφικής παράστασης της f η οποία σχηματίζει με τον x΄x γωνία 45^{o}

Δ. 3. Αν $M_\kappa(\omega_\kappa, Y_\kappa)$, $\kappa = 1, 2, 3, 4$ είναι σημεία της εφαπτομένης $(\varepsilon): y = x + 1$ με $2\delta\omega_\kappa = \delta y_\kappa$ και $Ry_\kappa = +5$ τότε να υπολογίσετε τα ω_3, ω_4 του δειγματικού χώρου Ω, όπου

$\delta\omega_\kappa$: *η διάμεσος τετμημένων των σημείων* M_κ

δy_κ: *η διάμεσος τεταγμένων των σημείων* M_κ

Ry_κ: *εύρος τεταγμένων των* M_κ.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ : ΣΤΟΓΙΑΝΝΟΠΟΥΛΟΣ Α. – ΚΟΥΤΖΙΑΜΠΑΣΟΠΟΥΛΟΣ Ν. – ΚΟΥΤΡΩΤΣΙΟΣ Δ. – ΡΟΥΣΣΟΥ Χ. – ΤΣΑΜΗΤΡΟΠΟΥΛΟΣ Κ.