

**ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ**  
**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

**A.1.** Αν  $A \subseteq B$  να αποδείξετε ότι  $P(A) \leq P(B)$

**A.2.** Να δείξετε ότι  $P(A' - B') = P(B) - P(A \cap B)$

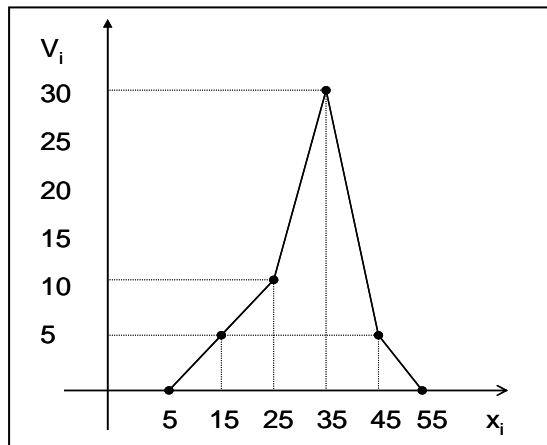
**A.3.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με **Σωστό** ή **Λάθος**

1. Αν  $A \subseteq B$  τότε  $P(A - B) = 0$
2. Τα ενδεχόμενα  $A - B, B - A, A \cap B$  είναι ασυμβίβαστα
3. Αν  $P(A) = P(B) \Rightarrow A = B$
4. Όταν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι περιττός, τότε το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες της διαμέσου είναι μικρότερο του 50%.
5. Η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{x}$  είναι παραγωγίσιμη.

- A.4.i.** Τι ορίζουμε ως ασυμβίβαστα ενδεχόμενα  
**ii.** Τι ορίζεται ως συντελεστής μεταβλητότητας;

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το πολύγωνο συχνοτήτων που αναφέρεται σε ομαδοποιημένα δεδομένα σε κλάσεις ίσου πλάτους  $c$ , θεωρώντας ως μονάδα μέτρησης του οριζοντίου άξονα το πλάτος  $c$  των κλάσεων.



- A)** Να βρείτε το  $c$  και το πλήθος των κλάσεων.  
**B)** Να βρείτε το μέγεθος του δείγματος.  
**Γ)** Να γίνει ο πίνακας σχετικών συχνοτήτων και σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων καθώς και τα αντίστοιχα πολύγωνα σχετικών συχνοτήτων και σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων.

**Δ)** Να υπολογίσετε τη διάμεσο.

**Ε)** Να βρείτε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση. (Δίνεται ότι  $\sqrt{61} \approx 7.81$ )

**Στ)** Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

**Η)** Να βρείτε πόσες (περίπου) παρατηρήσεις είναι μικρότερες της μέσης τιμής  $\bar{x}$ .

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Δίνονται A, B δυο ενδεχόμενα του δειγματικού χώρου  $\Omega$  όπου  $P(A)$  είναι ρίζα της εξίσωσης  $2x^2 - 5x + 2 = 0$  και  $P(B')$ ,  $1, \frac{4}{3}$  διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

Γ.1. Να δείξετε ότι  $P(A) = \frac{1}{2}$  και  $P(B) = \frac{1}{3}$

Γ.2. Να δείξετε ότι  $\frac{1}{6} \leq P(B' - A') \leq \frac{1}{2}$

Γ.3. Αν  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$  να βρεθούν :

1. Η πιθανότητα να πραγματοποιείται το A ή να μην πραγματοποιείται το B
2. Να βρεθεί η πιθανότητα να πραγματοποιείται ένα μόνο από τα α και B.

Γ.4. Δίνεται  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - P(A)x - P(A)}{x^3 - 1} & x \neq 1 \\ \frac{1}{2} & x = 1 \end{cases}$

1. Να δείξετε ότι f συνεχής στο 1
2. Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της  $C_f$  στο  $x_0 = -1$  δεν είναι παράλληλη στον  $x'x$

### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}, & x \neq 2 \\ k, & x = 2 \end{cases}$  η οποία είναι συνεχής στο  $x_1 = 2$

Δίνεται επίσης ένα δείγμα μεγέθους n μιας περίπου κανονικής κατανομής. Η λύση της εξίσωσης  $2f(2)x = 1$  δίνει την τυπική απόκλιση της κατανομής. Το 50% των παρατηρήσεων της κατανομής είναι μικρότερες του 10.

1. Εξετάστε το δείγμα ως προς την ομοιογένεια και βρείτε το εύρος
2. Θεωρούμε τα παρακάτω ενδεχόμενα :  
A: «έχουμε παρατηρήσεις με τιμές από 4 – 6»  
B: «παρατηρήσεις με τιμές από 8 – 10»,  
Γ: «παρατηρήσεις με τιμές από 8 – 14»
  - i) Εξετάστε αν τα ενδεχόμενα A, B είναι ασυμβίβαστα μεταξύ τους, όπως και τα B, Γ μεταξύ τους.
  - ii) Βρείτε τις πιθανότητες  $P(A \cap \Gamma), P(B \cap \Gamma)$
  - iii) Βρείτε τις πιθανότητες
    - να πραγματοποιηθεί το Γ
    - να πραγματοποιηθεί το Γ και όχι το B
3. Αν οι τιμές του δείγματος αυξηθούν κατά 20% και προστεθεί σε κάθε μία από αυτές το 12 :
  - α) Βρείτε την νέα μέση τιμή  $\bar{x}'$  και τη νέα τυπική απόκλιση  $s'$
  - β) Βρείτε την επί τοις εκατό διαφορά ποσοστών των  $CV, CV'$
4. Βρείτε την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $h(x)$ , όπου  $h(x) = 2x^3, x \in \mathbb{R}$  στο σημείο της  $M\left(\frac{1}{2}\bar{x}', \frac{20}{3}s'\right)$ .

**ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ : ΣΤΟΓΙΑΝΝΟΠΟΥΛΟΣ Α. – ΚΟΥΤΖΙΑΜΠΑΣΟΠΟΥΛΟΣ Ν.  
– ΚΟΥΤΡΩΤΣΙΟΣ Δ. – ΡΟΥΣΣΟΥ Χ. – ΤΣΑΜΗΤΡΟΠΟΥΛΟΣ**