

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝ. ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

Α. Να αποδείξετε ότι για δύο ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει:
 $P(A-B) = P(A) - P(A \cap B)$

Β. α) Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γν. φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

β) Πως ορίζεται η διάμεσος (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων;

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη «ΣΩΣΤΟ», αν η πρόταση είναι σωστή, ή «ΛΑΘΟΣ», αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i) Αν οι συναρτήσεις f και g είναι παραγωγίσιμες, τότε ισχύει:

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x)g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

ii) Στην περίπτωση των ποιοτικών μεταβλητών, εκτός από τις συχνότητες f_i και n_i , χρησιμοποιούνται και οι λεγόμενες αθροιστικές συχνότητες F_i και N_i .

iii) Η διακύμανση των παρατηρήσεων μιας μεταβλητής X είναι μέτρο διασπορας.

iv) Αν για δύο ενδεχόμενα Α και Β ίδιου δειγματικού χώρου Ω, με ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα, τότε ισχύει:

$$\text{Αν } P(A) = P(B) \text{ τότε } A = B.$$

v) Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται μόνο για τη γραφική παράσταση των ποσοτικών μεταβλητών.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{1}{x}$, $x \in (0, +\infty)$

Α. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της f στο σημείο Λ (1,1)

Β. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της f που διέρχεται από το σημείο $(\frac{1}{2}, 0)$

Γ. Από τυχαίο σημείο M (x, ψ) της γραφικής παράστασης της f φέρνουμε παράλληλες ευθείες προς τους άξονες x' και ψ' οι οποίες σχηματίζουν με τους ημιάξονες $0x$, 0ψ ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Να βρεθούν οι συντεταγμένες του σημείου M, ώστε η περίμετρος του ορθογώνιου να είναι ελάχιστη.

Δ. Να υπολογίσετε το

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 \cdot [f(x) \cdot e^x + e f'(x)]}{x^2 \cdot e^{2x} + x e^x - x \cdot e^{x+1} - e}$$

ΘΕΜΑ Γ

Σε ένα δείγμα $n=50$ ατόμων, (Α) ανδρών και (Γ) γυναικών το εισόδημά τους (σε χιλιάδες €) ήταν : από 0 ως 12, από 12 ως 24 και από 24 ως 36 χιλιάδες € . Η πιθανότητα ένα τυχαίο άτομο του δείγματος να είναι άνδρας είναι $P(A)=0,4$. Η πιθανότητα μια γυναίκα από το δείγμα να έχει εισόδημα από 0 ως 12 χιλ. € είναι διπλάσια από την πιθανότητα να έχει εισόδημα από 12 ως 24 χιλ. €.

i) Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Εισόδημα/ Φύλο	0-12	12-24	24-36	Σύνολο
Άνδρας	8		10	
Γυναίκα		6		
Σύνολο				

ii) Να γίνει ραβδόγραμμα συχνοτήτων για τα 2 φύλα με μεταβλητή το εισόδημα.

iii) Να βρεθεί η μέση τιμή.

iv) Τι ποσοστό των ατόμων έχουν εισόδημα πάνω από 21.000 € ;

ΘΕΜΑ Δ.

Εξετάζουμε ένα δείγμα n ατόμων ως προς την ηλικία και ως προς το βάρος. Η κατανομή των ηλικιών είναι κανονική, οι ηλικίες των ατόμων κυμαίνονται από 20 έως 38 έτη και η μέση ηλικία είναι 29 έτη.

Το μέσο βάρος των ατόμων είναι 70 κιλά και το 35% των ατόμων είναι πάνω από 70 κιλά.

A) Να βρείτε την τυπική απόκλιση και τον συντελεστή μεταβολής των ηλικιών.

B) Το βάρος των ατόμων ακολουθεί κανονική κατανομή;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Γ) Αν επιλέξουμε τυχαία ένα άτομο, να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

A: «το άτομο είναι μεταξύ 23 και 29 ετών».

B: «το άτομο είναι κάτω των 70 κιλών».

i) Να εξετάσετε αν τα ενδεχόμενα A και B είναι ασυμβίβαστα.

ii) Αν το 23,5% των ατόμων είναι μεταξύ 23 και 29 ετών και ταυτόχρονα κάτω των 70 κιλών, να βρεθεί η πιθανότητα, το άτομο που επιλέξαμε τυχαία, να είναι μεταξύ 23 και 29 ετών και άνω των 70 κιλών.

Δ) Αν το άθροισμα των τετραγώνων των ηλικιών είναι 34.000, να βρείτε το μέγεθος του δείγματος.

$$\left(\text{Δίνεται ότι: } S^2 = \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i=1}^n t_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n t_i)^2}{n} \right\} \right)$$

**ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:ΣΤΟΓΙΑΝΝΟΠΟΥΛΟΣ Α.-ΚΟΥΤΡΩΤΣΙΟΣ Δ.-
ΓΡΑΜΜΑΤΙΚΟΥ Γ.-ΘΕΟΔΩΡΙΔΟΥ Ε.-ΡΟΥΣΣΟΥ Χ.-ΓΚΙΛΙΝΑ
Ε.ΤΣΑΜΗΤΡΟΠΟΥΛΟΣ Κ.**