

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΘΕΜΑ Α.

- A.1.** Δίνεται η μεταβλητή X με τιμές x_i με $i = 1, 2, 3, \dots, n$ και $x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n$. Τι εκφράζει η αθροιστική σχετική συχνότητα F_i της τιμής x_i ;
- A.2.α.** Να δώσετε τον ορισμό της διακύμανσης των παρατηρήσεων t_1, t_2, \dots, t_n μιας μεταβλητής X .
- β.** Τι ονομάζεται εύρος ή κύμανση R ενός δείγματος παρατηρήσεων και τι μειονέκτημα παρουσιάζει;
- A.3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.
- α.** Σε μια ομαδοποιημένη κατανομή με κλάσεις ίσου πλάτους c οι διαδοχικές κεντρικές τιμές των κλάσεων διαφέρουν μεταξύ τους κατά c .
- β.** Σε μια ομαδοποιημένη κατανομή με κλάσεις ίσου πλάτους το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με 1.
- γ.** Ο συντελεστής μεταβολής είναι αρνητικός αριθμός στην περίπτωση που η μέση τιμή είναι αρνητικός αριθμός.
- δ.** Σε μια κανονική κατανομή το 0,3% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται εκτός του διαστήματος $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$
- ε.** Αν η διάμεσος v παρατηρήσεων είναι ίση με μια από αυτές τότε είναι βέβαιο ότι το πλήθος n των παρατηρήσεων είναι περιττός αριθμός.

ΘΕΜΑ 2°

- A.** Δίνεται ο δειγματικός χώρος Ω ο οποίος αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα πεπερασμένου πλήθους και έστω A, B δύο ενδεχόμενα για τα οποία ισχύει $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$.
- Έστω επίσης συνάρτηση : $f(x) = x^3 + 3 \cdot N(A) \cdot x^2 + N(A) \cdot N(\Omega) \cdot x + 8$ με $x \in \mathfrak{R}$ και $N(A), N(\Omega)$ το πλήθος των στοιχείων του A, Ω αντίστοιχα. Αν η f δεν παρουσιάζει ακρότατα τότε :
- i.** Να δείξετε ότι : $A \neq \emptyset$
- ii.** Να βρεθεί η $P(A)$
- iii.** Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $M(-1, 1)$ τότε :
- α.** Να βρεθεί το $N(\Omega)$
- β.** Να υπολογιστεί το όριο : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{f'(x)}$
- B.** Έστω συνάρτηση f με τύπο : $f(x) = -e^{-\alpha} \cdot x^2 + \frac{\alpha + 1}{e} \ln(\alpha + e^x)$ με $\alpha > 0$.
- i.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
- ii.** Αν $\lim_{x \rightarrow \alpha} \left(\frac{x^2 - 1}{x - 1} - 1 \right) = 1$, να βρείτε το α
- Γ.** Να δείξετε ότι $f'(-x) + f'(x) = 0$ για κάθε $x \in \mathfrak{R}$
- Δ.** Να μελετήσετε την f ως προς μονοτονία – ακρότατα

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\alpha x + \beta}{\ln x}$

A. i. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της $f(x)$

ii. Να βρεθούν τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ αν η C_f διέρχεται από το σημείο τομής A των ευθειών

$\varepsilon_1 : x - 2 = 0$, $\varepsilon_2 : \ln 2y - 2 = 0$ και ο ρυθμός μεταβολής της f ως προς x , για $x = e$, είναι ίσος με 0.

B. Για $\alpha = 1$ και $\beta = 0$

i. Να βρεθεί η μονοτονία της $f(x)$

ii. Θεωρούμε το δείγμα τιμών $f\left(\frac{1}{2}\right), f\left(\frac{1}{3}\right), f\left(\frac{1}{4}\right), f\left(\frac{1}{5}\right), f\left(\frac{1}{6}\right)$

Να βρεθεί η διάμεσος των τιμών και να δείξετε ότι η κύμανση ισούται με $\frac{\ln(3^3 \cdot 4)}{3 \cdot \ln 6 \cdot \ln 4}$

iii. Αν στο παραπάνω δείγμα προσθέσουμε ακόμα μία τιμή $\alpha \in \mathbb{R}$ να βρεθούν οι πιθανές τιμές της διαμέσου

iv. Έστω $M(x, f(x))$, $x > 1$

Φέρω από το M παράλληλες ως προς τους άξονες $x'x$, $y'y$. Να βρεθεί η τιμή του x ώστε το εμβαδόν του σχηματιζόμενου παραλληλογράμμου να είναι ελάχιστο.

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + 16}{x}$

A. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και ακρότατα

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

B. Να βρείτε την εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο $x_0 = 2$

ΜΟΝΑΔΕΣ 3

Γ. Έστω τα σημεία A_1, A_2, \dots, A_{10} της ε που έχουν τετμημένες x_1, x_2, \dots, x_{10} με μέση τιμή ίση με

το όριο $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{xf'(x)}{x-4}$ και διασπορά ίση με τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας

$\eta : 9y - x - 2013 = 0$.

Να βρείτε συντελεστή μεταβλητότητας των τεταγμένων των σημείων A_1, \dots, A_{10} . Είναι το δείγμα ομοιογενές ;

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

Δ. Έστω $0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{10} < 4$

i. Αν η διάμεσος δ των x_1, x_2, \dots, x_9 είναι 2 να βρείτε τη διάμεσο δ' των αριθμών $f(x_1), \dots, f(x_9)$

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

ii. Αν το γινόμενο της $1^{\eta\varsigma}$ και $10^{\eta\varsigma}$ παρατήρησης ισούται με $\frac{\delta'}{\delta \cdot x}$ και η διαφορά των δύο αυτών

παρατηρήσεων ισούται με τη διάμεσο δ των εννιά παρατηρήσεων να βρείτε το εύρος των αριθμών $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_{10})$

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

**ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ : ΣΤΟΓΙΑΝΝΟΠΟΥΛΟΣ Α. – ΓΚΙΛΙΝΑ Ε. – ΓΡΑΜΜΑΤΙΚΟΥ Γ.
– ΚΟΥΤΡΩΤΣΙΟΣ Δ. – ΡΟΥΣΣΟΥ Χ. – ΤΣΑΜΗΤΡΟΠΟΥΛΟΣ Κ.**